

Písomný výstup pedagogického klubu

1. Prioritná os	Vzdelávanie
2. Špecifický cieľ	1.1.1 Zvýšiť inkluzívnosť a rovnaký prístup ku kvalitnému vzdelávaniu a zlepšiť výsledky a kompetencie detí a žiakov
3. Prijímateľ	Stredná priemyselná škola stavebná a geodetická v Košiciach, Lermontovova 1, 04001 Košice - mestská časť Staré Mesto
4. Názov projektu	Digitálni stavbári a geodeti
5. Kód projektu ITMS2014+	312011AKZ2
6. Názov pedagogického klubu	Odborná informatika
7. Meno koordinátora pedagogického klubu	Mgr. Renáta Palenčárová
8. Školský polrok	II.
9. Odkaz na webové sídlo zverejnenia písomného výstupu	http://www.stavke.sk/?page_id=3908

10.

Úvod:

Využitie Geogebra v predmete Deskriptívna geometria

Stručná anotácia :

GeoGebra (názov je portmanteau vytvorený z dvoch slov Geo metry a Al gebra) je interaktívna aplikácia pre geometriu , algebru , štatistiku a kalkul , určená na učenie a vyučovanie matematiky a prírodných vied od základnej školy až po univerzitnú úroveň. GeoGebra je dostupná na viacerých platformách s aplikáciami pre stolné počítače (Windows , macOS a Linux), tablety (Android , iPad a Windows) a web .

Tvorca GeoGebry Markus Hohenwarter začal s projektom v roku 2001 ako súčasť svojej diplomovej práce na Univerzite v Salzburgu . Po úspešnej kampani na Kickstarteri GeoGebra rozšírila svoju ponuku o iPad , verziu pre Android a Windows Store . V tom istom roku začlenila Giac od Bernarda Parisse do svojho CAS pohľadu. Projekt je teraz freeware (s časťami s otvoreným zdrojom) a viacjazyčný a Hohenwarter naďalej vedie jeho vývoj na univerzite v Linzi .

GeoGebra zahŕňa komerčné aj neziskové subjekty, ktoré spolupracujú z ústredia v Linzi v Rakúsku na rozširovaní softvéru a cloudových služieb dostupných pre používateľov.

V decembri 2021 GeoGebra získal konglomerát edtech Byju's za približne 100 miliónov USD.

GeoGebra je interaktívny softvérový balík pre matematiku na učenie a vyučovanie prírodných vied, techniky, inžinierstva a matematiky od základnej školy až po univerzitnú úroveň. Konštrukcie možno vytvárať pomocou bodov, vektorov, segmentov, čiar, mnohoúhelníkov, kužeľosečiek, nerovníc, implicitných polynómov a funkcií, pričom všetky je možné neskôr dynamicky upravovať. Prvky je možné zadávať a upravovať pomocou myši a dotykových ovládacích prvkov alebo pomocou vstupnej lišty . GeoGebra môže ukladať premenné pre čísla, vektory a body, počítat derivácie a integrály

funkcií a má celý rad príkazov ako Root alebo Extremum. Učítelia a študenti môžu GeoGebru využiť ako pomôcku pri formulovaní a dokazovaní geometrických dohadov.

Hlavné funkcie GeoGebry sú:

- Interaktívne prostredie geometrie (2D a 3D)
- Vstavaná tabuľka
- Vstavaný systém počítačovej algebry (CAS)
- Vstavané nástroje na štatistiku a výpočet
- Skriptovacie háčiky
- Veľké množstvo interaktívnych učebných a učebných zdrojov v GeoGebra Materials.

Kľúčové slová :

Geogebra, matematika, konštrukcia trojuholníka, stereometria, kocka, rez kocky

Zámer a priblíženie témy písomného výstupu:

Vytvoriť pomôcku pre žiakov strednej priemyselnej školy stavebnej v Košiciach na hodinu matematiky. Využitie je pri konštrukčných úlohách, priestorovej orientácii v priestore.

Jadro:

Cieľom je vypracovať niekoľko úloh na konštrukcie trojuholníkov a na rezy kocky pomocou troch bodov.

1. Zostrojte trojuholník ABC, ak je dané $a = 9$, $v_b = 4,5$, $t_a = 2,5$.

- Dôležité je spraviť si rozbor a pomocou rozboru spracovať konštrukciu

Rozbor:

Nech ABC je hľadaný trojuholník, v ktorom $BB_1 = v_b$, $BC =$

a , $AA' = t_a$.

Vieme zostrojiť úsečku $BB_1 \perp p$, na ktorej ležia vrcholy A, C trojuholníka ABC. B

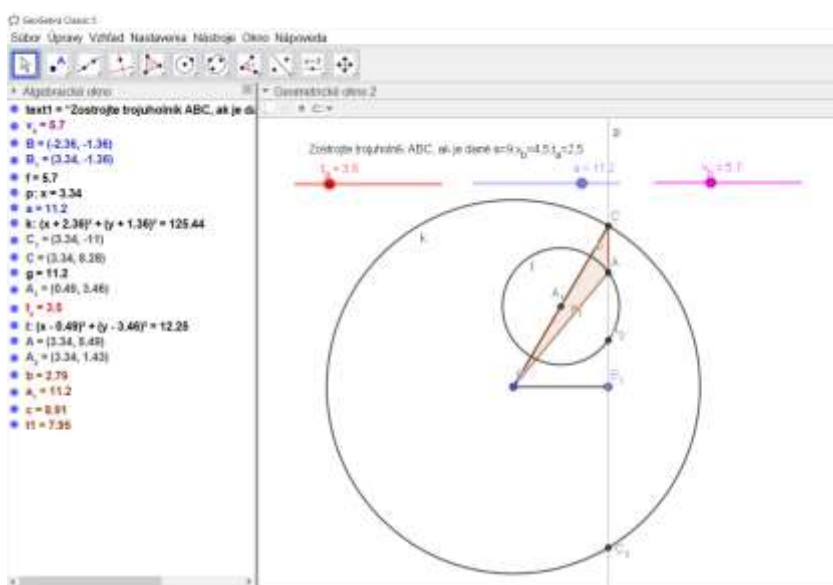
je vrchol trojuholníka, B_1 päta výšky BB_1 .

Vrchol C má od vrcholu B vzdialenosť a , leží preto na kružnici k so stredom

v bode B a polomerom a a na priamke p . Ak je A' stred strany BC, má

vrchol A od bodu A' vzdialenosť $AA' = t_a$ leží

preto na kružnici $l = (A', t_a)$ a na priamke p . Bodmi A, B, C je trojuholník určený.



2. Zostrojte trojuholník ABC, ak je dané $b = 4,2$, $v_a = 4$, $t_a = 5$.

Rozbor:

Predpokladajme, že ABV je hľadaný trojuholník, kde

$AC = b$, $AB' = t_a$, $AA' = v_a$.

Vieme zostrojiť úsečku AA' a priamku p kolmú na AA' vedenú

bodom A' , na ktorej ležia vrcholy B a C hľadaného

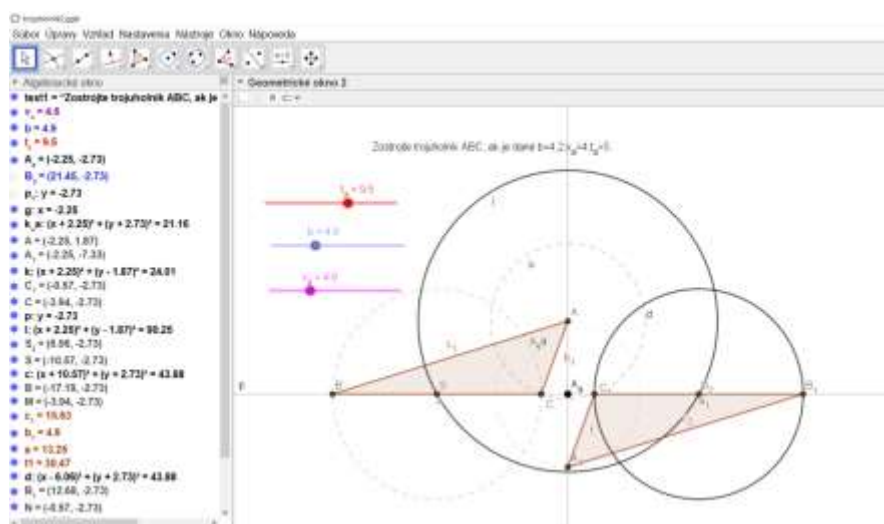
trojuholníka.

Pretože vzdialenosť bodu C od bodu A je b , leží bod C na

priamke p a na kružnici k so stredom v bode A a polomerom b . Pretože $AB' = t_a$, kde B' je stred strany

BC, leží bod B' na priamke p a na kružnici l so stredom v bode A a polomerom t_a . Bodmi A, B, C, kde

B je taký bod priamky p , že $BB' = BC'$, pričom bod B leží v polrovine opačnej k polrovine $AB'C$, je trojuholník určený

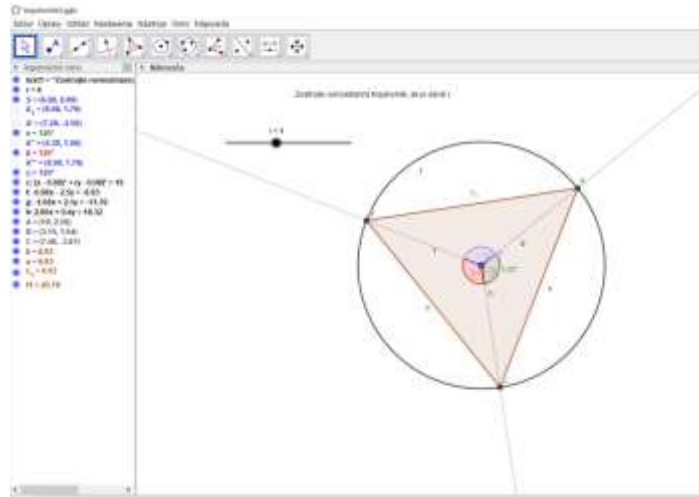


3. Zostrojte rovnostranný trojuholník, ak je dané r .

Rozbor:

Predpokladajme, že ABC je hľadaný trojuholník, v ktorom $AB = BC = CA = a$, $SC = r$, $k(S, r)$. Kružnica k je kružnica trojuholníku opísaná. Pretože ABC je rovnostranný trojuholník, každý jeho vnútorný uhol meria 60° a ku každému z nich prislúcha stredový uhol 120° . Preto zostrojíme tri stredové uhly veľkosti 120° a ich ramená pretínajú kružnicu k vo vrcholoch A,B,C hľadaného trojuholníka.

<https://www.geogebra.org/m/cftkeyjd>



4. Zostrojte rovnostranný trojuholník, ak je dané ρ .

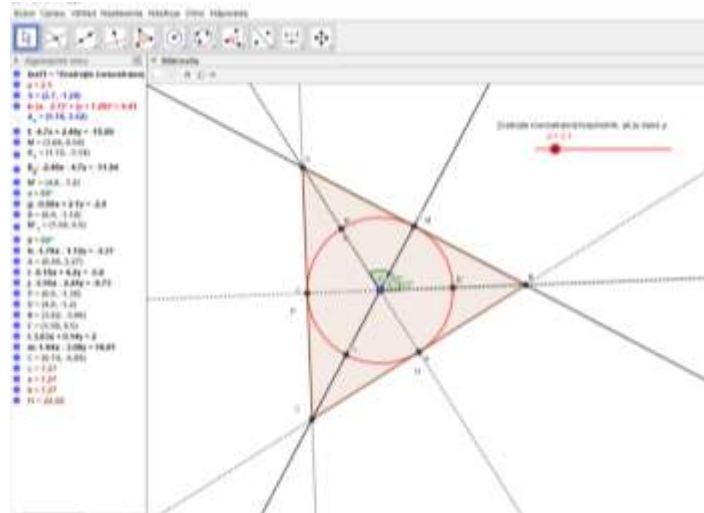
Rozbor:

Nech ABC je hľadaný trojuholník, v ktorom $AB = BC = CA = a$, $SP = \rho$, $k(S, \rho)$ je kružnica vpísaná trojuholníku. Ak zostrojíme výšky AN, BP, CM trojuholníka ABC, sú priesečníky týchto výšok s kružnicou k dotykovými bodmi sú osami príslušných vnútorných uhlov. Preto $\sphericalangle SBM = 30^\circ$, $\sphericalangle SAM = 30^\circ$.

Pretože sú trojuholníky BSM a ASM pravouhlé, $\sphericalangle BSM = 60^\circ$, $\sphericalangle ASM = 60^\circ$. Teda bod A leží na ramene SA uhla $\sphericalangle MSA = 60^\circ$ a bod B na ramene SB uhla $\sphericalangle MSB = 60^\circ$.

V priesečníku priamok AP a BN leží vrchol C hľadaného trojuholníka. Potom sú P, N priesečníky opačných polpriamok k polpriamkam SB a SA s kružnicou k . Bodmi A,B,C je trojuholník určený.

<https://www.geogebra.org/m/kvsfra2w>

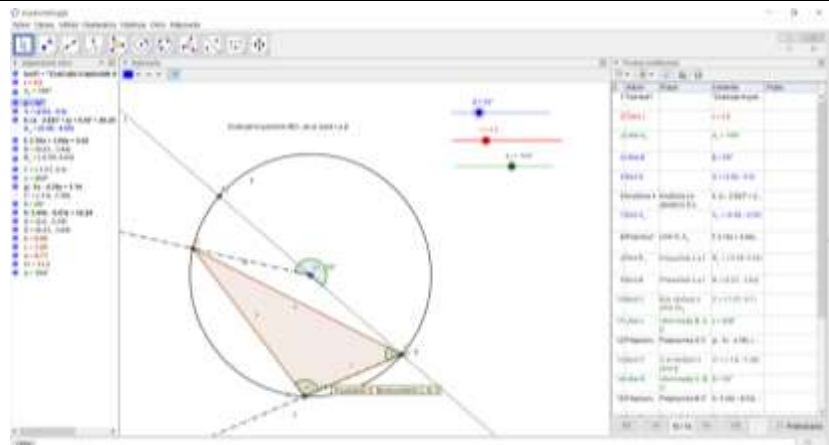


5. Zostrojte trojuholník ABC, ak je dané r, α, β .

Rozbor:

Nech $k(S, r)$ je kružnica opísaná hľadanému trojuholníku ABC, v ktorom $\sphericalangle CAB = \alpha$, $\sphericalangle ABC = \beta$. Uhol \widehat{BSC} je stredovým uhlom k obvodovému uhlu $\sphericalangle CAB = \alpha$. Preto uhol $\widehat{BSC} = 2\alpha$. Polpriamky SB a SC tvoriace ramená uhla \widehat{BSC} pretnú kružnicu k vo vrcholoch B,C trojuholníka ABC. Polpriamka

BA, ktorá je ramenom uhla $\sphericalangle CBA = \beta$, pretne kružnicu k vo vrchole A hľadaného trojuholníka. Bodmi A,B,C je trojuholník určený.



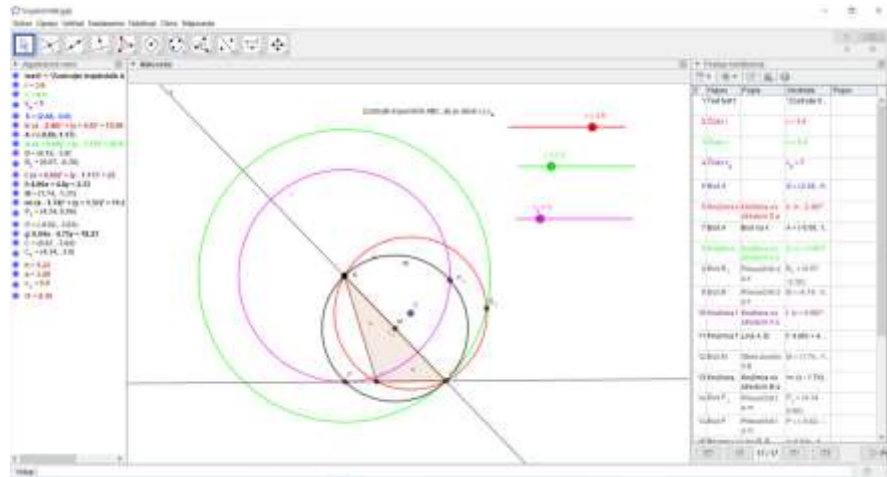
<https://www.geogebra.org/m/j9hbpcej>

6. Zostrojte trojuholník ABC, ak je dané r, c, v_a .

Rozbor:

Nech je $k(S, r)$ kružnica opísaná hľadanému trojuholníku ABC , v ktorom $AB = c$ a $AP = v_a$ je výška na stranu $BC = a$.

Pretože bod P, ktorý je pätou výšky na stranu BC , má od bodu A vzdialenosť v_a , leží na kružnici $l(A, v_a)$. Pretože ABP je pravouhlý trojuholník s pravým uhlom pri vrchole P, leží bod P podľa Talesovej vety na kružnici $m(M, MA)$,



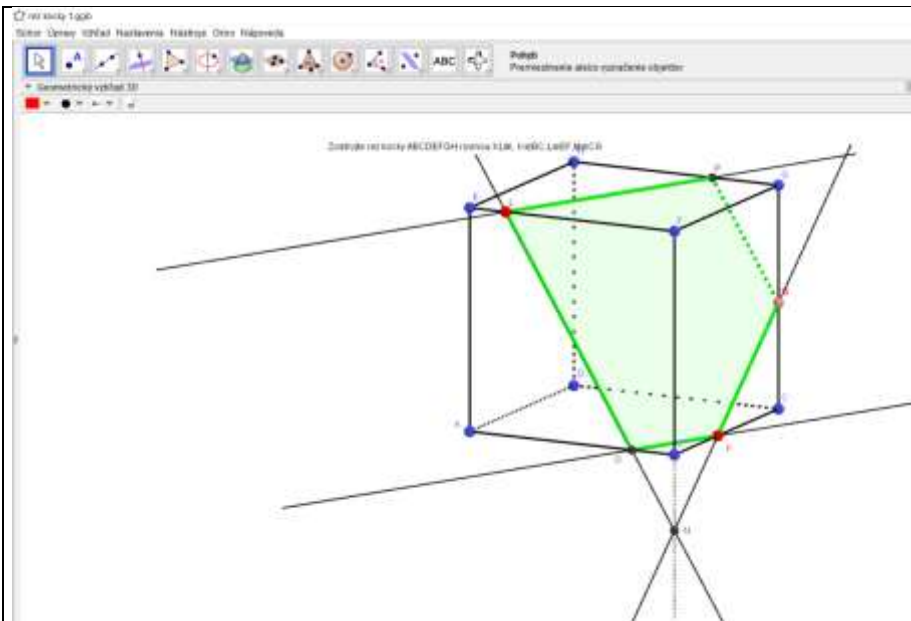
kde M je stred strany AB . Priamky BP pretne kružnicu k vo vrchole C hľadaného trojuholníka.

<https://www.geogebra.org/m/btthhbaw>

7. Zostrojte rez kocky $ABCDEFGH$ rovinou KLM , $K \in BC, L \in EF, M \in CG$

Postup:

- Body K, M ležia v jednej rovine – tvoria priamku
- Predĺžime hranu BC
- Prienik priamky KM s BC dostaneme bod N
- Body N,L ležia v jednej rovine – tvoria priamku
- Priamka NL pretne kocku na hrane AB – dostaneme bod O
- Zostrojíme rovnobežku s priamkou LO cez bod M
- Dostaneme bod P – priesečník rovnobežky s hranou GH
- Body L, P ležia v jednej rovine – tvoria priamku
- Dostaneme rez – 5-uholník KMPLO

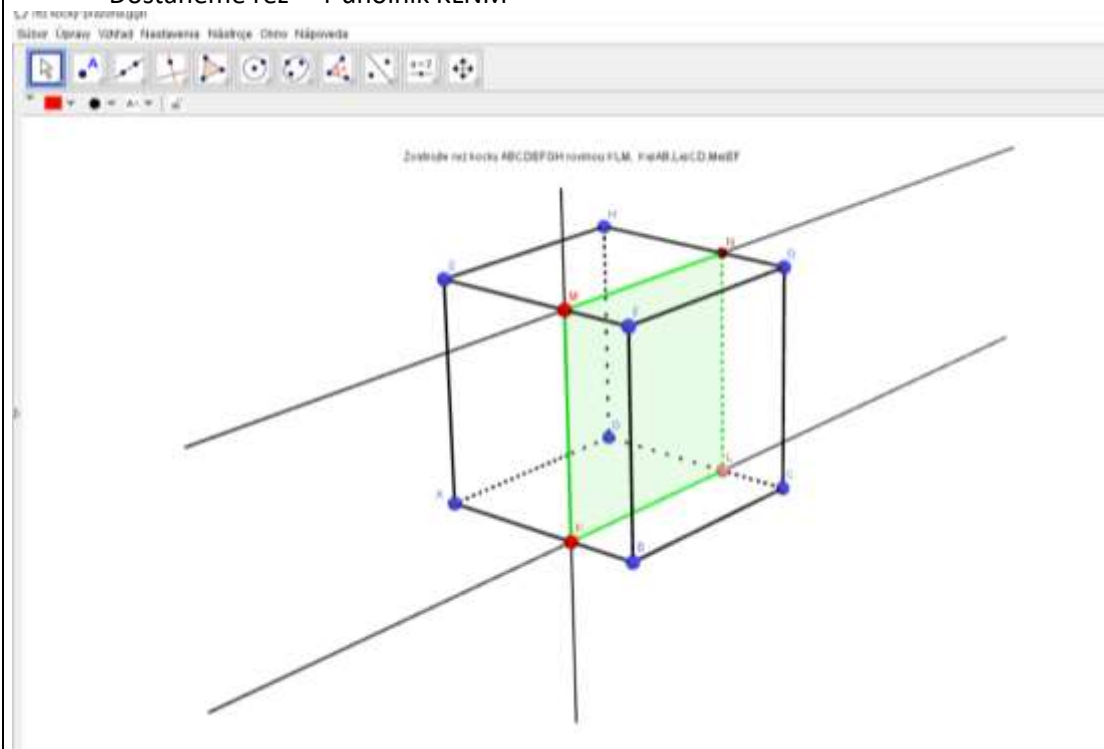


<https://www.geogebra.org/m/sjkqhafb>

8. Zostrojte rez kocky $ABCDEFGH$ rovinou KLM , $K \in BC$, $L \in EF$, $M \in CG$

Postup:

- Body K , M ležia v jednej rovine – tvoria priamku
- Body K , L ležia v jednej rovine – tvoria priamku
- Zostrojíme rovnobežku s priamkou KM cez bod L
- Dostaneme bod N – priesečník rovnobežky s hranou GH
- Body M , N ležia v jednej rovine – tvoria priamku
- Dostaneme rez – 4-uholník $KLNM$

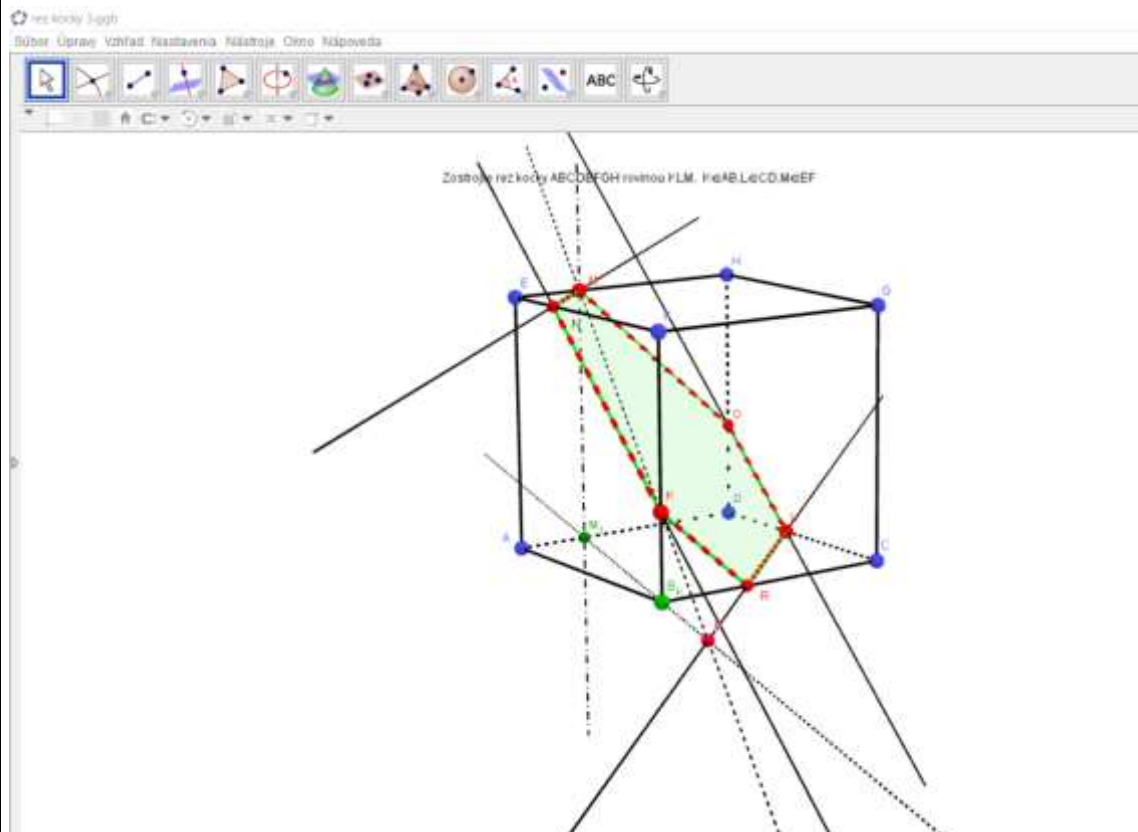


<https://www.geogebra.org/m/psrwccvk>

9. Zostrojte rez kocky $ABCDEFGH$ rovinou KLM , $K \in AB$, $L \in CD$, $M \in EF$

Postup:

- Premietneme body K, M do spodnej podstavy – dostaneme body K_1, M_1
- Priamka KM a priamka K_1M_1 – priesečníkom je bod P
- Body P a L ležia v jednej rovine – tvoria priamku – priesečník s hranou BC je bod R
- Úsečka LR
- Rovnobežka s LR cez bod M – priesečník s hranou EF je bod N
- Úsečka NK
- Rovnobežka s KR cez bod M – priesečník s hranou HD je bod O
- Úsečka OL
- Dostaneme rez – 6-uholník $KRLOMN$



<https://www.geogebra.org/m/en7fbqhh>

Záver:

Využiť softvér na hodinách matematiky a názorne predviesť možnosti jeho využitia na hodinách matematiky. Namiesto rysovania do zošitov bude sa využívať technické vybavenie školy a žiaci dostanú väčšiu prax pri rysovaní v softvéri.

11. Vypracoval (meno, priezvisko)	Mgr. Renáta Palenčárová
12. Dátum	26.06.2022
13. Podpis	
14. Schválil (meno, priezvisko)	
15. Dátum	
16. Podpis	